

DOI: 10.7652/xjtuxb201710001

工业机器人 RV 减速器传动误差分析

李兵, 杜俊伟, 陈磊, 徐海杰, 侯春一
(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 以 RV 减速器为研究对象, 结合其第 2 级摆线针轮传动机构的多齿啮合特性, 采用作用线增量法, 分析了各个针齿与摆线轮啮合处的原始误差造成的摆线轮自转误差, 得到多齿啮合下的摆线轮输出转角误差, 并以此为基础, 建立了传动误差分析模型, 研究了各个构件的原始误差对输出转角误差的影响规律, 揭示了各个构件的原始误差的传递过程。对 320E 样机进行了实例计算和实验研究, 结果表明: 输出盘轴孔偏心误差对样机的传动误差影响最大, 其次是摆线轮齿形误差和曲柄轴偏心误差, 行星轮偏心误差的影响最小; 位于低速级的原始误差影响较大, 而位于高速级的原始误差影响较小; 输出盘与行星架相联造成的反馈引起的传动误差很小, 但在精密传动中仍不可忽略。

关键词: RV 减速器; 传动误差; 摆线针轮传动机构; 反馈误差

中图分类号: TH132.46 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)10-0001-06

Transmission Error Analysis for Industrial Robot RV Reducer

LI Bing, DU Junwei, CHEN Lei, XU Haijie, HOU Chunyi
(State Key Laboratory of Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Aiming at the multi-tooth meshing characteristics of cycloid drive on the second level of a RV reducer, the rotation errors of cycloid gear caused by the original errors at the points of each needle teeth meshing with cycloid gear are analyzed and the transmission error of cycloid drive caused by these original errors is calculated according to the principle of action line increment. Then a transmission error analysis model of the RV reducer is established to discuss the influence of each original error on the slewing precision of RV reducer and the transfer process of the original errors of each member. The numerical simulation and test for 320E prototype indicate that the geometrical deviation of shaft hole on the output tray has the greatest effect on the transmission error of RV reducer, the effects of the cycloid gear error and the geometrical deviation of shaft are smaller, and the geometrical deviation of planetary gear has the smallest effect; the effects of the original errors located in the low-level of RV reducer are smaller than the effects of the original errors located in the high-level; the influence of error feedback on the transmission error is very small, but it still cannot be ignored in precision transmission.

Keywords: RV reducer; transmission error; cycloid drive; error feedback

RV 减速器具有传动比大、传动精度高、传动效率、体积小、刚度高等特点, 因而特别适用于工业

机器人及其他精密伺服传动系统。工业机器人对机械臂动作的准确性具有极高的要求,故而传动精度是制约RV减速器在工业机器人上应用的关键问题,建立传动误差模型是其传动精度设计和提高的理论基础。RV减速器传动精度的影响因素复杂多样,无论是制造还是装配都会引入误差,影响整机的传动精度,而且其输出盘与行星架固接,输出误差又会反馈到圆柱齿轮行星传动机构的行星架上,产生误差的耦合。

20世纪80年代,美国的Blanche等人采用纯几何学方法,推导出了几种加工误差和装配误差所引起的齿隙计算公式,分析了摆线轮齿形误差对传动误差的影响规律^[1-2]。该方法从理论上揭示了摆线轮齿形误差对传动误差的影响规律,但只分析了针齿半径变化引起的摆线轮齿形误差和传动误差,且仅研究了单摆线轮传动机构的传动误差。日本的日高照晃采用质量弹簧等价模型的方法,在各个构件之间建立力的平衡方程组,采用计算机迭代法求解方程组,得到各个构件的微小位移,进而求得传动误差。该方法可以分析各个构件的原始误差和各种误差组合方式造成的传动误差,但是分析和计算过程非常复杂。

国内RV减速器的研究起步较晚,李伟等人采用概率论的方法分析了RV减速器的传动误差和各项误差的概率分布规律^[3]。韩林山等人研究了加工误差、装配误差、机构间隙和齿轮的啮合刚度及零部件的弹性变形等因素对动态传动误差的影响,并分析了误差组合方式对传动误差影响的灵敏度^[4-5]。杨玉虎等人采用误差传递矩阵法,分析了各个构件的几何误差在耦合影响下的传动误差^[6],但在分析时忽略了同一构件上参考点的变化,且对于第2级摆线针轮传动机构仅分析了1个针齿啮合的情况,未能引入其他针齿啮合处的影响。

本文根据RV减速器第2级摆线针轮传动机构的多齿啮合规律,采用作用线增量法分析了各个针齿与摆线轮啮合处的原始误差造成的摆线轮自转误差,得到多齿啮合下的摆线轮输出转角误差;以此为基础,建立了传动误差分析模型,并分析了4组原始误差造成的传动误差的规律,揭示了各个构件的误差传递过程。

1 传动误差分析模型

根据作用线增量法的原理,不论何种形式的设计、制造和装配误差,都会引起从动件作用线的变

化,然后通过传动最终反映到最后一个从动件上的运动误差。机构的位置误差与机构运动的传递过程是紧密相关的,而机构的运动传递过程又与机构受力情况密切相关,对于齿轮传动,作用线增量会以一定的传递系数反映为从动件的转动误差^[7]。采用作用线增量法分析各个子机构的误差传递过程,可以得到各个子机构中的原始误差对RV减速器传动误差的影响情况。

1.1 系统坐标系的建立

对RV减速器建立参考坐标系,并在各个构件上建立局部坐标系,如图1所示。其中: o_0 为摆线轮的公转中心,参考坐标系 $o_0x_0y_0$ 位于与输出盘轴线垂直的平面上; o_i 为机构中构件 i 的自转中心,局部坐标系 $o_ix_iy_i$ 建立在构件 i 上,初始位置时, x_i 与 x_0 方向相同; θ_i 为各构件的自转转角,逆时针为正; φ 表示曲柄轴初始偏心角度;针齿序号 k 以逆时针排序,第1个针齿位于偏心轴的偏心方向上。

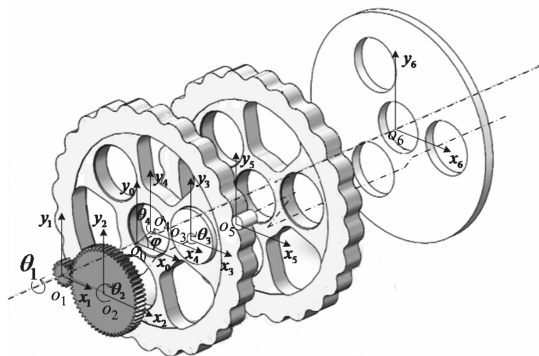


图1 系统坐标系示意图

向量在不同坐标系中的变换矩阵与共原点坐标系的坐标变换矩阵相同,只需要左乘一个旋转矩阵 C_{ij} ,就可以得到 $o_jx_jy_j$ 坐标系中的向量在 $o_ix_iy_i$ 坐标系中的表达式^[8]。

1.2 各个子机构误差分析

RV减速器可以分为4个子机构:圆柱齿轮行星传动机构,平行四边形输入机构,摆线针轮传动机构和W输出机构^[6]。采用作用增量法分别对这4个子机构的原始误差造成的该机构的输出转角误差进行分析。

1.2.1 圆柱齿轮行星传动机构误差分析 圆柱齿轮行星传动机构在某一时刻各个构件的相对位置如图2所示。以节点为参考点,在参考坐标系 $o_0x_0y_0$ 中,参考点作用线的方向向量为 n_{1r} ,运动线的方向向量为 n_{1v} 。

由图2的几何关系可知

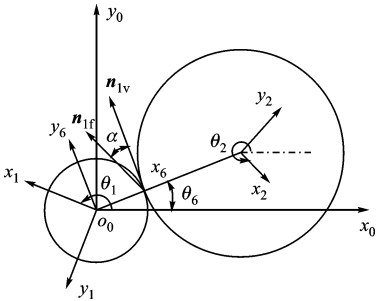


图 2 行星齿轮传动机构

$$\mathbf{n}_{1f} = [-\sin(\alpha + \theta_6) \quad \cos(\alpha + \theta_6)]^T \quad (1)$$

根据作用线增量法,圆柱齿轮行星传动机构的行星轮自转误差为

$$\Delta\theta_1 = \mathbf{n}_{1f} \cdot \left(\sum_{i=1}^2 C_{0i} \boldsymbol{\delta}_{1i} \frac{1}{i_{i2}} \right) / (r_2 \cos\alpha) \quad (2)$$

式中: r_2 为行星轮的分度圆半径; i_{i2} 为构件 i 对行星轮自转的传动比; α 为齿轮传动的压力角。

1.2.2 平行四边形输入机构误差分析 曲柄轴转过 θ_3 时(见图 3),机构的作用线在参考坐标系 $o_0x_0y_0$ 中的方向向量为 $\mathbf{n}_{2f}$,运动线在参考坐标系 $o_0x_0y_0$ 中的方向向量为 $\mathbf{n}_{2v}$ 。

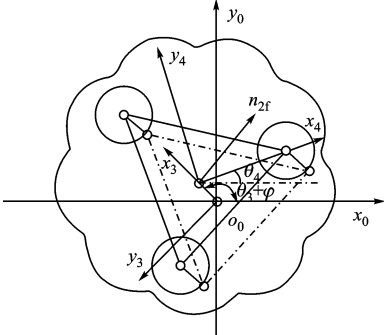


图 3 平行四边形输入机构

平行四边形机构的运动由曲柄轴驱动,作用线垂直于曲柄轴的偏心方向,从动件的运动线方向与作用线的方向一致。

由图 3 中的几何关系有

$$\mathbf{n}_{2f} = [-\sin(\theta_3 + \varphi) \quad \cos(\theta_3 + \varphi)]^T \quad (3)$$

$$\cos\alpha_2 = 1 \quad (4)$$

则平行四边形输入机构中摆线轮的公转误差为

$$\Delta\theta_2 = \mathbf{n}_{2f} \cdot \left(\sum_{i=1}^2 C_{0i} \boldsymbol{\delta}_{2i} \right) / a \quad (5)$$

式中: a 为曲柄轴的偏心量。

1.2.3 摆线针轮传动机构误差分析 如图 4 所示,摆线针轮传动机构摆线轮上 n 个曲柄运动可用结构中心的一虚拟曲柄等效。等效曲柄的偏心量与曲柄轴的偏心量 a 相等, r_p 为针齿中心圆的半径。

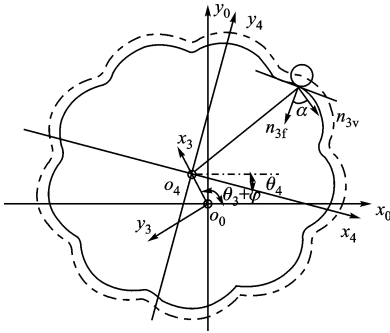


图 4 摆线针轮传动机构

取任意时刻针齿 1 与摆线轮接触点作为参考点,机构中摆线轮上的参考点的作用线和自转运动线在参考坐标系 $o_0x_0y_0$ 中的方向向量分别为 $\mathbf{n}_{3f}$ 和 $\mathbf{n}_{3v}$ 。

在摆线轮局部坐标系 $o_4x_4y_4$ 中,摆线轮理论廓线如图 4 中虚线所示,其矢量方程为

$$\mathbf{r} = [r_p e^{j(1-i^H)\theta} - a e^{-j(i^H\theta)}] e^{j(\varphi)} \quad (6)$$

式中: $i^H = z_5/z_4$, z_5 为针齿数; z_4 为摆线轮齿数。

令 $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则有局部坐标系 $o_4x_4y_4$ 中摆

线轮上参考点的作用线方向向量为

$$\mathbf{n}_{3f4} = \mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{r}} / \|\dot{\mathbf{r}}\| \quad (7)$$

摆线轮实际齿廓矢量方程为

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{r} + \mathbf{r}_d \mathbf{n}_{3f4} \quad (8)$$

在局部坐标系 $o_4x_4y_4$ 中,摆线轮参考点廓线的运动线方向向量为

$$\mathbf{n}_{3v4} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{r}_c / \|\mathbf{r}_c\| \quad (9)$$

将针齿壳固定,当曲柄轴转过 θ_3 时,摆线轮转过角度 $\theta_4 = -\theta_3/z_4$ 。将局部坐标系 $o_4x_4y_4$ 中摆线轮上参考点的作用线方向向量和运动线方向向量反向旋转 $\theta_H = -\theta_4$,即可得到摆线轮上参考点在参考坐标系 $o_0x_0y_0$ 中的作用线方向向量 $\mathbf{n}_{3f}$ 和运动线方向向量 $\mathbf{n}_{3v}$

$$\mathbf{n}_{3f} = \begin{bmatrix} \cos\theta_H & -\sin\theta_H \\ \sin\theta_H & \cos\theta_H \end{bmatrix} \mathbf{n}_{3f4} \quad (10)$$

$$\mathbf{n}_{3v} = \begin{bmatrix} \cos\theta_H & -\sin\theta_H \\ \sin\theta_H & \cos\theta_H \end{bmatrix} \mathbf{n}_{3v4} \quad (11)$$

则有

$$\cos\alpha_3 = \mathbf{n}_{3f} \cdot \mathbf{n}_{3v} \quad (12)$$

根据摆线针轮的啮合特性,同一时刻并非所有针齿都参与啮合,只有 $\cos\alpha_3 > 0$ 时,针齿与摆线轮才啮合,并有力的作用,推动摆线轮自转。当针齿对摆线轮自转不起推动作用时,摆线轮自转误差不计该齿。

根据作用线增量法,在摆线针轮传动机构中,针齿1与摆线轮接触处的原始误差造成的摆线轮自转误差为

$$\Delta\theta_3 = n_{3f} \cdot \left(\sum_{i=1}^2 C_{0i} \delta_{3i} \frac{1}{i_{i4}} \right) / (r \cos \alpha_3) \quad (13)$$

式中: r 为摆线轮半径; i_{i4} 为构件*i*对摆线轮自转的传动比。

摆线轮与针齿的啮合状态是以曲柄轴一转为周期循环变化的,各个针齿啮合点对应的曲柄轴转角在相位上相差 $2\pi/z_5^{[9]}$,任意时刻针齿*k*与摆线轮啮合点对应的曲柄轴转角为

$$\theta_k = \theta - 2\pi(k-1)/z_5 \quad (14)$$

将 θ_k 带入摆线轮齿廓方程,重复针齿1的分析步骤,即可算出针齿*k*与摆线轮啮合处的作用线方向向量、运动线方向向量以及压力角,进而运用上述误差分析模型得到摆线轮与针齿*k*接触处的原始误差造成的摆线轮自转误差 $\Delta\theta_{3k}$ ($k=1,2,3,\dots,z_5$)。

不考虑针齿与摆线轮啮合时的受力变形,摆线轮的自转误差为

$$\Delta\theta_3 = \min\{\Delta\theta_{3k}\}, \quad k=1,2,3,\dots,z_5 \quad (15)$$

1.2.4 W输出机构误差分析 图5为W输出机构示意图,其作用线和运动线在参考坐标系 $o_0x_0y_0$ 中的方向向量分别为 n_{4f} 和 n_{4v} 。输出盘受切向力推动,且运动线方向与作用线方向一致。

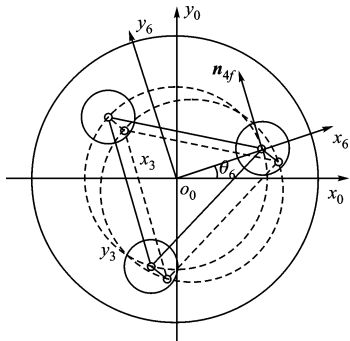


图5 W输出机构示意图

由图5的几何关系可得

$$n_{4f} = [-\sin\theta_6 \quad \cos\theta_6]^T \quad (16)$$

$$\cos\alpha_2 = 1 \quad (17)$$

则输出盘自转误差为

$$\Delta\theta_4 = n_{4f} \cdot \left(\sum_{i=1}^2 C_{0i} \delta_{4i} \right) / r_6 \quad (18)$$

式中: r_6 为输出盘上曲柄轴孔中心到输出盘中心的距离。

1.3 整机传动误差分析模型

RV减速器前一个子机构的输出转角误差同时

也是下一个子机构的输入转角误差。

在4个子机构中,圆柱齿轮行星传动机构和平行四边形输入机构要经过第2级摆线针轮传动机构进行减速,然后经过W输出机构从输出盘输出,故而这2个子机构的转角误差传递到输出盘时也要减小摆线针轮传动机构传动比的倍数。

根据上述原理,各个构件的原始误差造成的总体传动误差为

$$\Delta\theta = \Delta\theta_1 \frac{1}{i} + \Delta\theta_2 \frac{1}{i} + \Delta\theta_3 + \Delta\theta_4 \quad (19)$$

输出盘与行星架固连,因此输出误差又会反馈到输入端的圆柱齿轮行星传动机构上,产生误差的耦合,反馈的直接效果是使第1级圆柱齿轮行星传动机构中的行星轮中心位置产生了误差 δ_f 。

在局部坐标系 $o_6x_6y_6$ 中

$$\delta_f = \Delta\theta(r_1 + r_2)[0 \quad -1]^T \quad (20)$$

式中: r_1 为中心轮半径,mm; r_2 为行星轮半径,mm。

将式(20)带入式(2),得到由反馈产生的行星轮自转误差为

$$\Delta\theta_{1f} = \frac{n_{1f} \cdot C_{06} \delta_f}{r_2 \cos\alpha} \quad (21)$$

在引入反馈误差的耦合下,RV减速器的输出转角误差为

$$\Delta\theta_o = (\Delta\theta_1 + \Delta\theta_{1f}) \frac{1}{i} + \Delta\theta_2 \frac{1}{i} + \Delta\theta_3 + \Delta\theta_4 \quad (22)$$

式(22)即为RV减速器的传动误差分析模型。从中可以看出,各个构件的原始误差对输出轴传动误差的影响与原始误差的大小和方向有关,同时也与原始误差所处的位置有关,位于减速器第1级的原始误差会经过第2级减速缩小其影响。

2 数值模拟

2.1 与 Blanche 方法的比较

为验证本文方法的正确性,采用与文献[1]相同的减速器参数和原始误差,与 Blanche 的方法进行对比分析。取摆线轮和针齿数分别为20和21,针齿中心圆半径为50.8 mm,短幅系数为0.6,摆线轮齿廓误差为0.002 54 mm,方向为齿廓法向并指向摆线轮,不考虑其他部件的加工和装配误差。

采用本文方法和 Blanche 方法得到的传动误差曲线见图6。从图中可以看出,本文方法和 Blanche 方法得到的传动误差曲线基本一致,验证了本文方法分析摆线轮齿廓误差造成的传动误差的正确性。本方法分析计算过程简捷,且在分析传动误差上具

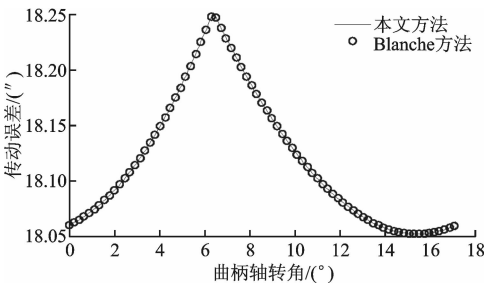


图 6 摆线轮齿形误差造成的传动误差

有普遍适用性,可用于各类原始误差在各种传动机构中的传动误差分析。

2.2 样机数值模拟

以某国产样机 320E 为例,表 1 为其基本参数,采用上述误差分析模型,分析各个构件的原始误差造成的输出转角误差。

表 1 320E 样机基本参数

参数	数值	参数	数值
中心轮齿数 z_1	14	摆线轮齿数 z_4	39
行星轮齿数 z_2	70	针轮齿数 z_5	40
模数/mm	1.5	针齿中心圆半径 r_p /mm	114.5
压力角 $\alpha/(^\circ)$	20	曲柄轴偏心量 a /mm	2.2

在 RV 减速器的 4 个子机构中分别选取一个原始误差进行分析。为使得各原始误差的影响具有可比性,误差的大小均取 0.005 mm,原始误差如表 2 所示。

表 2 原始误差在参考坐标系中的矢量表示

原始误差项	误差矢量
行星轮偏心误差 δ_{12}	$0.005C_{02} [1 \ 0]^\text{T}$
摆线轮轴孔偏心误差 δ_{21}	$0.005C_{04} [1 \ 0]^\text{T}$
摆线轮齿形误差 δ_{31}	$0.005n_{3f}$
输出盘轴孔偏心误差 δ_{41}	$0.005C_{06} [0 \ 1]^\text{T}$

将各项误差分别带入误差分析模型,即可得到上述 4 种原始误差对 RV 减速器的输出转角误差的影响规律,如图 7 所示。

从图 7 可以得出:输出盘轴孔偏心误差对传动误差的影响最大,其次是摆线轮齿形误差和曲柄轴偏心误差,行星轮偏心误差对传动误差的影响最小;位于低速级的原始误差对传动误差的影响较大,而位于高速级的原始误差对传动误差的影响较小。

输出轴转角误差的反馈对传动误差的影响如图 8 所示。从图中可以看出,输出轴转角误差的反馈对传动误差的影响并不大。这是由于减速器从输入

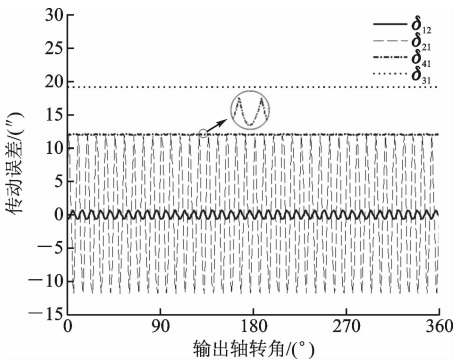


图 7 各原始误差对传动误差的影响规律

端到输出端有较大的减速比,反馈误差从输入端到输出端逐级递减,故而反馈造成的传动误差比较小。但是,在精密传动中,反馈误差仍不可忽略。

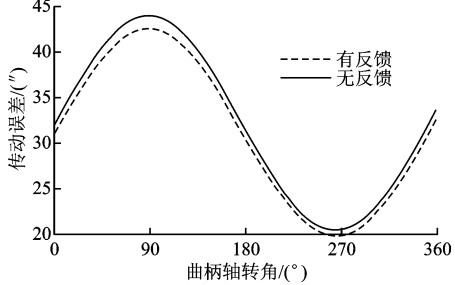


图 8 反馈对传动误差的影响

为探究上述几种原始误差造成的传动误差的频谱特性,对传动误差进行频域分析,结果如图 9 所示。从图中可以看出,传动误差的频谱存在直流分量和 40 倍输出轴转频附近的幅值。40 倍输出轴转频附近为第 2 级摆线针轮传动机构的输入端频率,误差源可能位于第 1 级传动的输出端和第 2 级传动的输入端。

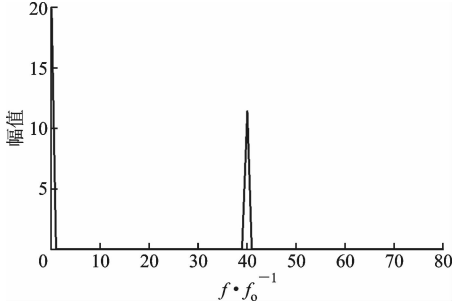


图 9 传动误差频域特性

3 实验研究

传动误差的实验台如图 10 所示,使用伺服电机驱动减速器输入端转动,采用角度编码器同步读取输入、输出端的转角,计算传动误差。

对 320E 样机的传动误差进行测试,测得的传

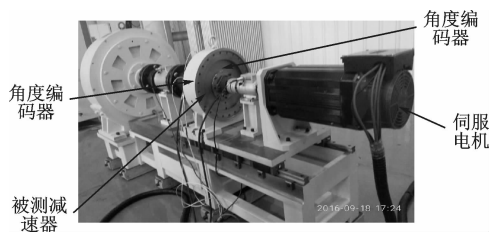


图10 实验台示意图

动误差曲线如图11所示。对传动误差曲线进行频域分析,样机传动误差频谱如图12所示。

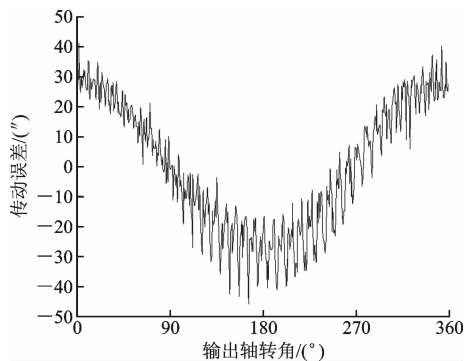


图11 样机传动误差曲线

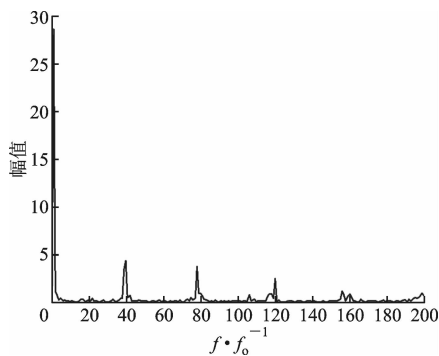


图12 样机传动误差频谱

从图12可以看出,传动误差主要出现在零频、1倍、40倍、80倍以及120倍输出轴转频附近。对比图12和图9可以看到,在零频和40倍输出轴转频附近均有幅值,与本文传动误差模型对样机传动误差频率成分的预测一致。实测频谱里存在数值模拟中没有出现的幅值主要是由于本文选取的误差源只有4个,不全面,其他未计入的误差源对传动误差的影响造成频率成分丢失。

4 结论

本文在考虑RV减速器第2级摆线针轮传动多齿啮合的影响下,采用作用线增量法分析了各个针齿与摆线轮啮合处的原始误差造成的摆线轮自转误差,得到多齿啮合下的摆线轮输出转角误差,并以此

为基础,建立了RV减速器传动误差分析模型。该模型可以分析RV减速器中各个构件原始误差引起的输出转角误差规律,揭示各个构件的误差传递过程,分析计算过程简捷。

通过以上分析表明:在选取的4组原始误差中,输出盘轴孔偏心误差对RV减速器的传动误差影响最大,其次是摆线轮齿形误差和曲柄轴偏心误差,行星轮偏心误差的影响最小;位于低速级的原始误差影响较大,高速级的原始误差影响较小;输出盘与行星架相联造成的反馈引起的传动误差很小,但在精密传动中仍不可忽略。

参考文献:

- [1] BLANCHE J G, YANG D C H. Cycloid drives with machining tolerances [J]. ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1989, 111: 337-344.
- [2] YANG D C H, BLANCHE J G. Design and application guidelines for cycloid drives with machining tolerances [J]. Mechanism and Machine Theory, 1990, 25 (5): 487-501.
- [3] 李伟, 李力行, 叶庆泰. 基于概率理论的RV减速器的传动误差计算 [J]. 机床与液压, 2004(1): 122-123.
LI Wei, LI Lixing, YE Qingtai. The calculation of RV reducer's transmission error based on probability theory [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2004(1): 122-123.
- [4] 韩林山, 沈允文, 董海军, 等. 基于非线性分析方法的摆线针轮系统传动精度研究 [J]. 中国机械工程, 2007, 18(9): 1039-1043.
HAN Linshan, SHEN Yunwen, DONG Haijun, et al. Research of the transmission accuracy for cycloid drive based on the nonlinear analysis method [J]. China Mechanical Engineering, 2007, 18(9): 1039-1043.
- [5] 竹振旭, 董海军, 韩林山, 等. 误差组合方式对RV型减速机传动精度的灵敏度分析 [J]. 机械设计, 2008, 25(10): 69-73.
ZHU Zhenxu, DONG Haijun, HAN Linshan, et al. Sensitivity analysis on the influence of RV typed reducer transmission accuracy by combination mode of errors [J]. Journal of Machine Design, 2008, 25(10): 69-73.
- [6] 杨玉虎, 张洁, 许立新. RV传动机构精度分析 [J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2013(7): 623-628.

(下转第46页)